Programme de colle 6
Semaine du lundi 23/11/2026

- **Chapitre 8 MPI : Réduction des endomorphismes, aspects géométriques (parties I,II,III seulement)**

La colle dure **1h** et se décompose en deux parties.

1) Première partie (25 min maximum)

Une **question de cours** ou un **exercice de la banque INP**, choisi par le colleur parmi les listes suivantes. Certaines questions de cours sont réservées aux MPI*.

Liste des questions de cours :

- Enoncé et preuve théorème 8 : indépendance linéaire des sous-espaces propres et famille de vecteurs propres libre.
- **(MPI*)** Enoncé et preuve de la prop 11 : structure polynomiale de $\lambda \mapsto \det(\lambda Id - u)$.
- Enoncé et preuve des théorèmes 23 + 24 : polynôme caract. d'un endo. induit et majoration de la dimension d'un sous-espace propre.
- **(MPI*)** Enoncé et preuve des théorèmes 28 + 29 : caractérisation des endomorphismes diagonalisables et théorème de diagonalisation.

Liste des exercices de la banque INP :

- Ex 59, 67, 69, 70 (exemples d'études de diagonalisabilité),
- Ex 72 (endomorphismes de rang 1),
- Ex 73 (calcul de commutant),
- Ex 83 (valeurs propres de $u \circ v$ et $v \circ u$).

2) Seconde partie (30 min minimum)

Résolution d'un ou plusieurs exercices, proposés par le colleur. Les exercices posés en MPI* seront plus difficiles.

Notions importantes :

- Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres,
- Polynôme caractéristique et majoration de la dimension d'un sous-espace propre,
- CNS pour qu'un endomorphisme soit diagonalisable, méthode pratique de diagonalisation,

Les notions suivantes n'ont pas encore été abordées et seront au programme de la prochaine colle :

- CNS pour qu'un endomorphisme soit trigonalisable, trigonalisation explicite en petite dimension (2 ou 3),
- Expression de la trace et du déterminant en fonction des valeurs propres (comptées avec multiplicité),
- Caractérisation des endomorphismes nilpotents.
- Polynômes annulateurs, réduction algébrique.