



## 1/ Présentation du sujet

L'exercice I étudiait deux algorithmes permettant de calculer le pgcd de deux entiers naturels.

L'exercice II proposait de mettre en œuvre les propriétés élémentaires des valeurs propres d'une matrice à coefficients réels.

Le problème III proposait l'étude d'un problème d'interpolation (de Hermite) et d'une famille de polynômes orthogonaux (polynômes de Hermite) pour un certain produit scalaire. La première étude était l'occasion de mettre en œuvre des propriétés arithmétiques simples des polynômes rappelées dans une partie préliminaire.

## 2/ Remarques générales

Le sujet présentait de nombreuses questions faciles et classiques. Même s'ils ne les ont pas toutes traitées, la plupart des candidats sont arrivés au bout du sujet.

En général, les copies sont bien présentées. Il faut cependant insister sur le fait que faire ressortir clairement la numérotation des questions, ainsi que les résultats, facilite nettement la lecture d'une copie et que cela ne peut que favoriser son auteur. Les copies peu lisibles ou relevant du brouillon ont été systématiquement sanctionnées.

De nombreuses questions de cours ou très classiques ont permis de départager les candidats y compris sur leur capacité à lire correctement une question dont la réponse est immédiate si on comprend le texte.

Au niveau de la rédaction, il est important de rappeler qu'il est souhaitable que les candidats détaillent suffisamment leurs calculs afin de ne pas obliger le correcteur à les faire à leur place.

Ce sujet a permis de bien classer les candidats, la moyenne de 12,03 est convenable et les notes sont bien étalées (écart-type 3,88). Un candidat a obtenu la note de 20/20.

## 3/ Remarques détaillées par question

### Exercice I

Les questions 1, 2 et 4 qui demandaient d'écrire des fonctions ont été généralement traitées avec une réussite convenable.

1. L'erreur la plus fréquente a été d'écrire  $\min(a, b)$  à la place de  $\min(a, b) + 1$  dans la commande `range`.
2. De nombreux candidats utilisent le test d'arrêt `if a%b==0` à la place de `if b==0` ce qui pose problème si  $b = 0$ .
3. b. Le fait que le reste de la division euclidienne de  $F_{n+2}$  par  $F_{n+1}$  soit  $F_n$  est rarement justifié rigoureusement.

## Exercice II

1. On a trop souvent rencontré une confusion entre les différents polynômes annulateurs ; il n'y a pas que le polynôme caractéristique et le polynôme minimal comme de nombreux candidats l'ont laissé penser.
2. Mêmes erreurs qu'en 1.
3. Un certain nombre de candidats ont raisonné dans  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  alors que dans l'énoncé l'entier  $n$  est quelconque. Cette question a été rarement bien traitée.

## Problème III

1.
  - a. De nombreux candidats ont démontré la réciproque de l'implication demandée car ils pensaient démontrer  $p \Rightarrow q$  en démontrant  $p \Rightarrow \text{non}$ .
  - b. Le théorème de Gauss n'est pas souvent connu. On trouve beaucoup de copies qui répondent à la question sans jamais utiliser le théorème de Gauss comme demandé.
2. Cette question a été bien traitée en général.
3.
  - a. De nombreux candidats ont confondu ou mal utilisé les différentes formules de Taylor. L'énoncé faisait référence à la formule de Taylor pour les polynômes.
  - b. De nombreux candidats ont oublié l'égalité des dimensions de  $\mathbb{R}_{2p-1}[X]$  et  $\mathbb{R}^{2p}$ .
  - c. Question bien traitée dans l'ensemble.
4. La question était facile et rapide à traiter pour les candidats qui disposaient d'une calculatrice scientifique.
5.
  - a. On a trouvé plusieurs fois l'implication  $Q_i(x_k) = 0 \Rightarrow Q_i'(x_k) = 0$  ce qui dénote un manque de recul inquiétant.
  - b. Peu de candidats ont pensé à justifier que  $P \in \mathbb{R}_{2p-1}[X]$ .
  - c. Question rarement bien traitée.
6. Question bien traitée dans l'ensemble.
7. Question bien traitée dans l'ensemble.
8.
  - a. De rares mais trop nombreux candidats ont écrit que la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x^2}$  est intégrable sur  $]0; +\infty[$ . Plus nombreux sont ceux qui ont oublié la continuité de  $PQf$ .
  - b. Le caractère défini de la forme bilinéaire n'a pas été souvent bien démontré, l'hypothèse de continuité étant souvent omise.
9.
  - a. Question peu abordée et rarement réussie.
  - b. Question bien traitée dans l'ensemble.
  - c. Question bien traitée dans l'ensemble.
  - d. Dans cette question, le calcul de la distance a été très peu souvent mené à bien.

**10.a.** Question classique souvent bien traitée.

**b.** Très rares sont les candidats qui n'ont pas oublié les facteurs irréductibles de degré 2 dans leur raisonnement.

**c.** Question rarement bien traitée.

### **Conclusion**

L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés l'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base, les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur, l'aptitude à savoir manipuler sa calculatrice, le soin apporté à la présentation de son travail.

La devise donnée aux concepteurs de sujets est : un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir la moyenne au moins.