

## 2 Mathématiques

### 2.1 Remarques générales

Plusieurs erreurs relevées l'an dernier ont été commises de nouveau cette année. Les encres pâles sont encore fréquentes, et un nombre croissant de candidats a obligé les correcteurs à utiliser la loupe tant leur écriture est minuscule.

Le texte et les calculs sont souvent agrémentés de petites zones de texte coloré insérées avec des flèches par des candidats ne prenant pas la peine de rédiger une phrase pour justifier une assertion ou une expression. Une **présentation soignée** (écriture nette, absence de ratures, résultats encadrés) dispose très favorablement le correcteur.

Il est indispensable de travailler en profondeur le cours de mathématiques de première et de deuxième année, de connaître les théorèmes avec leurs hypothèses.

La rédaction des preuves doit être courte et complète ; tous les arguments sont attendus. Les tentatives de bluff, moins nombreuses cette année, sont lourdement sanctionnées.

Les abréviations sont pléthore, au point de rendre la lecture parfois difficile en raison de l'ambiguïté qui peut en résulter : comment savoir que ISMQ signifie « il suffit de montrer que » ?

L'orthographe et la syntaxe sont souvent défectueuses : des démonstrations par l'absurde se terminent par « donc impossible ».

On recommande de bien traiter une partie des questions plutôt que de produire un discours inconsistant pour chacune d'entre elles.

Il est demandé aux candidats de numéroter leurs copies de façon cohérente : les correcteurs apprécient assez peu de se voir confrontés à un jeu de piste.

Il est fortement conseillé aux candidats d'aborder et de rédiger les questions dans l'ordre de l'énoncé. Enfin, les correcteurs ont été étonnés par le manque de soin ; beaucoup de copies ressemblent plus à un brouillon qu'à une épreuve de concours.

Certes, du fait de la numérisation des copies, certaines techniques de modification sont interdites, mais l'utilisation du brouillon est toujours autorisée... et même recommandée. Il n'est pas question de faire une résolution complète au brouillon puis de recopier, mais il faudrait éviter de faire figurer toutes les tentatives sur la copie en raturant les échecs. Cela pourrait permettre également d'améliorer le recul sur ce que l'on écrit, en l'écrivant deux fois, et d'éviter ainsi certaines erreurs grossières.

### 2.2 Mathématiques 1 - filière MP

#### 2.2.1 Généralités et présentation du sujet

Le problème portait exclusivement sur l'algèbre, une grande partie ne faisant appel qu'au programme de première année. Par contre, un certain nombre de questions difficiles permettaient d'évaluer les compétences acquises en deuxième année de classe préparatoire, surtout au niveau de la maîtrise de l'abstraction.

Le but était de démontrer le théorème de Gerstenhaber, qui est un résultat récent puisqu'il a été publié en 1958. Cela donnait un problème manifestement trop long, surtout pour une épreuve de trois heures, mais le sujet étant progressif, un barème adapté, attribuant très peu de points aux dernières questions, a permis d'obtenir une moyenne d'épreuve correcte et un bon étalement des notes. Les correcteurs ont été attentifs à ce que ce choix de répartition des points ne lèse personne, et nous n'avons pas eu le cas d'un candidat qui aurait négligé les premières questions, qui rapportaient beaucoup de points, pour aller traiter de manière significative les dernières, qui étaient très sous-évaluées.

Les performances de candidats sont de niveaux très variables, mais une proportion non négligeable d'entre eux (de l'ordre de 10%) est d'un excellent niveau en algèbre abstraite. Il n'y avait, en définitive, qu'une proportion raisonnable de copies très faibles.

### 2.2.2 Analyse détaillée des questions

La question 1, bien traitée en général, était tout de même l'occasion d'écrire des erreurs très graves, comme "la trace d'un produit est égale au produit des traces".

La question 2 ne présentait pas de difficulté, sauf au niveau de la rédaction qui a donné des performances de qualité très différentes.

La question 3 a été abordée par la quasi totalité des candidats, mais les réponses étaient souvent incomplètes, se réduisant à une inclusion sans aller jusqu'à l'égalité.

La première partie de la question 4 était un résultat très classique sur les endomorphismes nilpotents. Dans de très nombreuses copies nous l'avons trouvée en général bien faite.

La deuxième partie était plus difficile, surtout à rédiger, ce qui a permis aux meilleurs candidats de faire la différence.

On retrouvait le schéma d'un début classique et facile et d'une suite plus subtile à la question suivante. La difficulté de la question était de penser à utiliser le résultat de la précédente, avec un raisonnement par l'absurde assez fin. Cette partie a été très souvent mal traitée, avec des raisonnements faux.

La question 6 a été convenablement traitée, mais on peut se demander si la notation  $a \otimes x$  pour désigner une application n'a pas été déstabilisante et explique certaines contre-performances sur cette question dans des copies de bon niveau. A noter aussi qu'il y avait de nombreux points à vérifier et qu'il en manquait souvent un ou deux.

A la question suivante les candidats avaient le choix entre plusieurs méthodes et le résultat a été assez souvent correct.

La troisième partie commençait par une série de notations qui demandait un peu de temps pour être assimilées, ce qui a manifestement gêné un certain nombre de candidats. Une erreur fréquente à la question 8 était d'appliquer la formule du binôme de Newton, alors qu'il manquait l'hypothèse de commutation. On retrouvait ce problème à la question suivante, ce qui a bien sûr entraîné des notes très contrastées.

La question 10 a encore donné des performances correctes, mais elle demandait une rédaction précise des propriétés de la trace utilisées.

Les questions 11 et 12 ont été peu abordées.

La dernière partie commençait par une nouvelle série de notations, qui débouchaient sur la question 13, qui a été la dernière question abordée dans un grand nombre de copies. Une forte majorité a utilisé la caractérisation classique des sous-espaces vectoriels, avec quelques oublis de-ci delà, par exemple que les ensembles sont non vides. Cela permettait bien sûr d'obtenir les points attribués à cette question, mais ne facilitait pas l'abord de la suivante.

La question 15 n'a été traitée que par ceux qui avaient utilisé des applications linéaires pour traiter la précédente, l'idée d'utiliser le théorème du rang étant évidente dans ce cas.

Il y a eu quelques réponses partielles aux trois questions suivantes, il est clair que le temps commençait à manquer et comme il fallait parfaitement maîtriser les questions précédentes pour les utiliser à bon escient, il n'y a eu que très peu de grappillage.

Les questions 20 à 24 n'ont quasiment pas été abordées, leur poids très faible dans le barème n'a donc pas eu de conséquence sur le classement des candidats.

Pour terminer, on peut conseiller aux futurs candidats de s'habituer à la rédaction d'un sujet du CCMP. Du fait de la limitation du nombre de questions, il y a souvent plusieurs résultats à établir dans une seule question, et l'expérience de la correction montre qu'il en manque fréquemment.